第 34 卷第 1 期 系统工程理论与实践 Vol.34, No.1
2014 年 1 月 Systems Engineering — Theory & Practice Jan., 2014

文章编号: 1000-6788(2014)01-0077-07 中图分类号: F224.3 文献标志码: A

基于二层规划的委托代理协调问题

郑 跃 [1], 万仲平 [2], 袁柳洋 [2]

(1. 黄冈师范学院 数学与计算机科学学院, 黄冈 438000; 2. 武汉大学 数学与统计学院, 武汉 430072)

摘 要 考虑不对称信息条件下的委托代理问题, 结合不适定二层规划的理论, 给出了不适定委托代理问题的定义. 针对后者的乐观模型, 利用一种模糊交互式协调算法进行求解, 最终获得了一个委托人与代理人均可以接受的满意契约, 从而达到了双方共赢的目的. 最后通过一个算例说明了所设计算法的合理性与可操作性.

关键词 委托代理; 二层规划; 乐观模型; 模糊交互式方法

Coordination problem of the principal-agent based on bilevel programming

ZHENG Yue[1], WAN Zhong-ping[2], YUAN Liu-yang[2]

(1. College of Mathematics and Computer Sciences, Huanggang Normal University, Huanggang 438000, China; 2. School of Mathematics and Statistics, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract A principal-agent problem with asymmetric information is considered in this paper. Based on theories of ill-posed bilevel programming, the definition of ill-posed principal-agent problem is proposed. Then, a fuzzy interactive coordinating algorithm is presented for its optimistic formulation. Furthermore, a satisfactory contract is eventually derived for both principal and agent so that both are winners. Finally, an example is given to illustrate the rationality and the operability of the proposed algorithm.

Keywords principal-agent; bilevel programming; optimistic formulation; fuzzy interactive method

1 引言

众所周知, 委托代理问题 [1−2] 在会计、产业组织、金融学以及市场学等众多领域有着广泛的应用 [3]. 因此, 许多学者都致力于该问题的研究.

在委托代理问题中, 委托人希望代理人按照自己的利益选择行动, 但是委托人无法观察到代理人所采取的行动, 只能观察到由代理人的行动和其他外生的随机因素共同决定的结果, 因此, 其结果充其量只是代理人的行动的不完全信息. 所以, 委托人与代理人之间存在信息不对称. 在这种情况下, 代理人就有可能利用自己掌握更多的信息的优势, 损害委托人的利益而为自己谋取更大的利益. 此时, 委托人和代理人之间存在着道德风险, 需要通过激励和约束机制来引导代理人的行为. 因此, 委托人的问题是如何根据这些可能观测到的结果或信息来奖惩代理人, 以激励其选择对委托人最为有利的行动. 值得说明的是, 本文所考虑的委托代理问题是指道德风险问题.

委托代理问题从模型上看实际上是一个二层规划问题 [4−6]. 委托人是上层决策者, 代理人是下层决策者, 委托人的期望效用函数是上层问题的目标函数, 代理人的期望效用函数是下层问题的目标函数, 委托人所提供的契约是上层问题的决策变量, 代理人所选择的行动是下层问题的决策变量. 虽然二层规划模型能够较好地描述委托人与代理人之间的主从递阶关系, 但在传统的二层规划问题中, 上层决策者与下层决策者所追求的利益一般是相互冲突, 表现为一种非合作的对策行为. 因此, 如果利用求解二层规划问题的传统方法来求解委托代理问题, 那么所获得的解即使满足二层规划问题的决策机制, 也可能会造成委托人或 (和) 代理

收稿日期: 2011-12-18
资助项目: 国家自然科学基金 (71171150); 数学天元基金 (11226226); 黄冈师范学院博士基金 (2012029603)
作者简介: 郑跃 (1980–), 男, 博士, 研究方向: 最优化理论、算法及应用; 万仲平 (1959–), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向: 最优化理论、算法及应用, 系统决策与管理优化; 袁柳洋 (1987–), 女, 博士, 研究方向: 最优化理论、算法及应用.

人对该解不满意. 这是因为, 这些方法往往忽略了委托人与代理人之间存在的某种部分合作关系. 因此, 在无法避免的非对称信息条件下, 考虑如何获得委托代理问题的一个满意解具有更实际的意义.

在实际的决策系统中, 委托人自然希望代理人能够与其合作, 而代理人与委托人的合作关系完全是从提高自身的收益考虑的. 众所周知, 信息交互是合作关系建立的基础. 由于委托人与代理人之间是既竞争又合作的关系, 因此他们之间完全的信息共享 (即完全合作) 是难以做到的. 一般的情况是委托人与代理人通过信息交互或沟通协调达成某种部分合作关系, 即有保留的共享信息. 基于此, 本文将尝试利用一种新的模糊交互式算法求解委托代理问题, 以期获得一个委托人与代理人均可以接受的满意契约, 从而达到双赢的目的.

2 二层规划问题

二层规划问题是一种具有主从递阶结构的系统优化问题, 它包含两个优化问题, 即上层规划问题和下层规划问题. 上层决策者 (也称为领导者) 首先宣布其策略, 下层决策者 (也称为跟随者) 根据上层决策者的策略, 按照自己的利益做出理性反应并将其反馈给上层 (决策者), 从而影响上层决策者的决策. 众所周知, 二层规划在交通规划 [7]、水市场 [8]、供应链 [9] 以及委托代理 [10] 等众多领域有着广泛的应用.

二层规划的数学模型可以表述为:

$$\begin{aligned} &\text{“}\max_x\text{”}\ F(x,y)\\ &\text{s.t.}\quad G(x)\le 0\\ &\text{其中 } y \text{ 是下层问题的最优解}\\ &\max_y\ f(x,y)\\ &\text{s.t.}\quad g(x,y)\le 0 \end{aligned} \tag{1}$$

其中 $x\in R^n$, $y\in R^m$, $F,f:R^n\times R^m\to R$, $G:R^n\to R^q$, $g:R^n\times R^m\to R^p$.

值得说明的是, 目前求解二层规划问题的许多算法都是基于下层问题具有惟一最优解 (此时称该类二层规划为适定二层规划) 的假设条件下提出的. 然而, 无论是从数学规划的理论研究出发还是从许多问题的实际研究考虑, 下层问题的最优解都有可能出现不惟一的情况. 如果下层问题的最优解不惟一, 那么在上层决策者选择一个策略后, 下层决策者就有多个策略可以反馈 (给上层). 此时, 上层决策者就很难在下层决策者的策略反馈之前作出决策. 这也是为什么在问题 (1) 中标注双引号 “ ” 的原因. 通常称下层问题具有不唯一最优解的一类二层规划问题为不适定二层规划问题.

目前求解不适定二层规划问题的策略 [5], 主要有乐观模型、悲观模型等, 具体数学模型如下:

- 乐观模型

该模型主要表述为: 上层决策者认为下层决策者在其众多最优解中所选取的策略, 总是对自己最好的决策. 此时, 其数学模型可以写为:

$$\begin{aligned} &\max_x\ \varphi_o(x)\\ &\text{s.t.}\ \ G(x)\le 0 \end{aligned} \tag{2}$$

其中 $\varphi_o(x)=\max\limits_{y\in\Psi(x)}\ F(x,y)$, $\Psi(x)$ 是下层问题的最优解集.

或等价地表示为:

$$\begin{aligned} &\max_{x,y}\ F(x,y)\\ &\text{s.t.}\ \ G(x)\le 0,\\ &\qquad y\in\Psi(x). \end{aligned}$$

- 悲观模型

考虑的情况正好与乐观模型相反: 下层决策者的决策 (反馈) 往往是上层决策者认为是对自己最不利的决策. 此时, 上层决策者的策略是如何从这些最不利的决策中选取一个最有利的决策. 于是, 其数学模型可以描述如下:

$$\begin{aligned} &\max_x\ \varphi_p(x)\\ &\text{s.t.}\ \ G(x)\le 0 \end{aligned} \tag{3}$$

其中 $\varphi_p(x)=\min\limits_{y\in\Psi(x)} F(x,y)$.

或等价地表示为:

$$\begin{aligned}&\max_x\ \min_y\ F(x,y)\\ &\text{s.t.}\quad G(x)\le 0,\\ &\qquad\ \ y\in\Psi(x).\end{aligned}$$

3 委托代理问题的二层规划模型与求解算法

3.1 委托代理问题的基本模型

在接下来的内容中, 我们将简单介绍委托代理问题的基本模型 [2]. 假设 Λ 表示代理人所有可以选择的行动集合, $a\in\Lambda$ 表示代理人的一个行动, $c(a)$ 表示代理人采取行动 a 所付出的成本, θ 是不受代理人 (和委托人) 控制的外生随机变量, Θ 表示 θ 的取值范围, θ 在 Θ 上的分布函数和密度函数分别为 $L(\theta)$ 和 $l(\theta)$. a 和 θ 共同决定一个可观测的结果 $x(a,\theta)$ 和一个对于委托人的货币收入 $\pi(a,\theta)$. 委托人的问题是如何设计一个激励契约 $s(x)$, 根据可能观测到的结果 x 对代理人进行奖惩. 委托人设计契约的目的是最大化自己的期望效用函数, 同时使代理人能够积极配合其行动. 因此, 他面临来自代理人的两个约束:

• 第一个约束称为参与约束 (或个人理性约束), 即代理人接受契约得到的期望效用不能小于不接受契约时能够得到的最大期望效用. 这个最大期望效用由他所面临的其它市场机会决定, 也可以称为保留效用, 用 $\bar{u}$ 表示.

• 第二个约束称为代理人的激励相容约束, 即由于委托人不能观测到代理人的行动和自然状态, 于是在任何激励契约下, 代理人总是做出理性的反应, 总是选择使自己的期望效用达到最大的行动.

假设委托人和代理人的诺伊曼 - 摩根斯坦恩 (Von Neumann-Morgenstern, 简称 V-N-M) 期望效用函数分别为 $U_p(\pi-s(x))$ 和 $U_a(s(x))-c(a)$. 于是, 委托代理问题可以表述如下:

$$\begin{aligned}&\max_{a,s(x)}\ \int U_p(\pi(a,\theta)-s(x(a,\theta)))g(\theta)\mathrm{d}\theta\\ &\text{s.t.}\ \int U_a(s(x(a,\theta)))g(\theta)\mathrm{d}\theta-c(a)\ge\bar{u}\\ &\qquad\int U_a(s(x(a,\theta)))g(\theta)\mathrm{d}\theta-c(a)\ge\int U_a(s(x(\hat{a},\theta)))g(\theta)\mathrm{d}\theta-c(\hat{a}),\forall\ \hat{a}\in\Lambda\end{aligned}\tag{4}$$

该模型化方法称为状态空间模型化方法 [11−13]. 它的优点是各种技术关系都能通过模型非常直观的表示出来, 但缺点是从这种模型中得不到从经济学上讲有信息量的解.

另一种等价的但更方便的模型化方法是分布函数的参数化方法 [14−16]. 对于每一个 a, 存在一个关于 x 和 π 的分布函数 $F(x,\pi,a)$(其密度函数记为 $f(x,\pi,a)$), 它们是通过一定的技术关系将 $x(a,\theta)$ 和 $\pi(a,\theta)$ 从原分布函数 $L(\theta)$ 导出. 在状态空间模型化方法中, 委托人和代理人的效用函数是对自然状态 θ 取期望值; 而在参数化方法中, 效用函数是对观测变量 x 取期望值. 因此, 委托代理问题又可以表述如下:

$$\begin{aligned}&\max_{a,s(x)}\ \int U_p(\pi-s(x))f(x,\pi,a)\mathrm{d}x\\ &\text{s.t.}\ \int U_a(s(x))f(x,\pi,a)\mathrm{d}x-c(a)\ge\bar{u}\\ &\qquad\int U_a(s(x))f(x,\pi,a)\mathrm{d}x-c(a)\ge\int U_a(s(x))f(x,\pi,\hat{a})\mathrm{d}x-c(\hat{a}),\forall\ \hat{a}\in\Lambda\end{aligned}\tag{5}$$

目前, 分布函数的参数化方法使用比较广泛. 因此, 在本文接下来的内容中, 我们将主要考虑委托代理问题的模型 (5).

3.2 委托代理问题的二层规划模型

根据委托代理问题的基本理论及其自身结构特点, 委托人与代理人之间具有如下特征:

1) 委托代理问题具有明显的主从递阶结构. 委托人首先提供一个契约, 是领导者; 另一方是代理人, 是跟随者, 在委托人所提供契约内容的条件下, 再作出理性决策: 决定是否接受该契约.

2) 委托人和代理人都是理性决策者, 即他们所作的决策都是追求自身利益的最大化. 然而, 他们一般具有各自不同的利益或目标, 并且这些利益常常存在某些冲突.

3) 委托人不能以直接命令的方式要求代理人采取某些行动 (或决策), 因此委托代理问题的核心问题是委托人如何设计一个激励契约, 以促使代理人选择对其有利的行动.

4) 代理人的行动不仅决定着自身的利益, 而且还会影响委托人的利益. 因此, 委托人在选择契约以优化自己利益的同时, 需要考虑代理人可能采取的行动对自己的影响.

5) 委托人和代理人分别有着各自的可控制变量, 而这些变量常相互关联.

由此可见, 委托人与代理人的决策地位并不相同, 其关系可以用二层规划模型来描述. 因此, 问题 (5) 可以归结为如下的二层规划模型:

$$
\begin{aligned}
&\max_{a,s(x)} \int U_p(\pi - s(x)) f(x,\pi,a)\mathrm{d}x \\
&\quad \text{s.t.} \int U_a(s(x)) f(x,\pi,a)\mathrm{d}x - c(a) \ge \bar{u} \\
&\text{其中 } a \text{ 是下面问题的最优解} \\
&\max_{a} \int U_a(s(x)) f(x,\pi,a)\mathrm{d}x - c(a)
\end{aligned}
\tag{6}
$$

值得说明的是, 在委托人给定某一契约的情况下, 如果代理人可以采取多个行动使得自身的利益达到最大化 (即 $\operatorname*{Argmax}_{a} \int U_a(s(x))f(x,\pi,a)\mathrm{d}x - c(a)$ 不是单点集), 此时, 结合第二部分介绍的不适定二层规划的理论可知, 该类委托代理问题是不适定的. 在这里, 我们称此类问题为不适定委托代理问题. 事实上, 问题 (5) 和问题 (6) 考虑的是不适定委托代理问题的乐观模型.

3.3 模型的求解算法

对于一般的二层规划问题, Lai[17] 第一个利用模糊集合理论的隶属度来表示目标满意度, 提出了一种模糊交互式方法, 最终获得了一个上层决策者满意、下层决策者可以接受的满意解. 这种利用满意解来代替最优解的方法, 不仅使得难以解决的问题简单化, 而且更能满足实际要求. 因此, 许多学者都利用模糊交互式方法的思想来求解二层规划问题. 这方面研究比较有代表性的是 Sakawa, 感兴趣的读者可以参阅论著 [18] 及其参考文献. 下面, 本节将提出一种新的模糊交互式方法求解委托代理问题, 与之前模糊交互式方法的不同之处在于, 它除了考虑委托人与代理人各自的满意度, 而且还利用一个函数来刻画委托人与代理人的总体满意度.

为了讨论的方便, 记问题 (5) 的约束域 $S = \{(a,s(x)) | \int U_a(s(x))f(x,\pi,a)\mathrm{d}x - c(a) \ge \bar{u}\}$, $F_1(a,s(x)) = \int U_p(\pi - s(x))f(x,\pi,a)\mathrm{d}x$, $F_2(a,s(x)) = \int U_a(s(x))f(x,\pi,a)\mathrm{d}x - c(a)$, F_j 表示 $F_j(a,s(x))$, 同时记 F_j^U 和 F_j^L $(j=1,2)$ 分别是下面优化问题的最优值:

$$
F_j^U = \min_{(a,s(x))\in S} F_j(a,s(x)) \tag{7}
$$

$$
F_j^L = \max_{(a,s(x))\in S} F_j(a,s(x)) \tag{8}
$$

为简单起见, 采用如下的线性隶属函数 $\mu(F_j)(j=1,2)$:

$$
\mu(F_j) = \begin{cases} 0, & \text{if} \quad F_j < F_j^U; \\ \dfrac{F_j^U - F_j}{F_j^U - F_j^L}, & \text{if} \quad F_j^L \ge F_j \ge F_j^U; \\ 1, & \text{if} \quad F_j > F_j^L. \end{cases}
$$

定义如下的总体满意度函数:

$$
d(a,s(x)) = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^{2}(F_j(a,s(x)) - F_j^U)^2}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{2}(F_j(a,s(x)) - F_j^L)^2} + \sqrt{\sum_{j=1}^{2}(F_j^L - F_j^U)^2}}.
$$

显然, $\forall (a,s(x)) \in S$, 都有 $0 \le d(a,s(x)) \le 1$. 此外, 随着目标函数值 $F_j(a,s(x))(j=1,2)$ 的增大或改进, $d(a,s(s))$ 的值也逐渐增大. 因此, 利用 $d(a,s(s))$ 的值刻画委托人与代理人的总体满意度是合理的.

委托人首先选取适当的的最小满意度水平 μ_1^*, 然后代理人根据委托人的最小满意度水平, 再选取一个自

己可能的满意度水平 μ_2^*. 进一步考虑下面的优化问题:

$$\begin{aligned}\max_{a,s(x)}\ & d(a,s(x))\\ \text{s.t.}\ & \mu(F_1)\ge\mu_1^*\\ & \mu(F_2)\ge\mu_2^*\\ & (a,s(x))\in S\end{aligned}\tag{9}$$

假设总体满意度区间为 $[d_L,d_U]$, 并假设问题 (9) 的最优解为 (a^*,s^*). 若委托人与代理人的总体满意度 $d(a^*,s^*)$ 不属于 $[d_L,d_U]$, 那么委托人必须调整最小满意度水平 μ_1^*. 具体更新最小满意度 μ_1^* 规则如下:

1) 若 $d(a^*,s^*)<d_L$, 则委托人需要减少最小满意度水平 μ_1^*;

2) 若 $d(a^*,s^*)>d_U$, 则委托人需要增加最小满意度水平 μ_1^*.

对于问题 (5), 我们提出如下的模糊交互式协调算法:

算法

步骤 1 选取满足式 (7) 和式 (8) 的 F_j^U 和 F_j^L.

步骤 2 委托人首先宣布自己可能的最小满意度水平 μ_1^*.

步骤 3 根据委托人的最小满意度水平, 代理人给定其可能的最小满意度水平 μ_2^*.

步骤 4 求解问题 (9). 若问题 (9) 的最优解不存在, 那么委托人或代理人调整可能的最小满意度水平, 直到问题 (9) 存在最优解, 不妨记为 (a^*,s^*).

步骤 5 计算 $d(a^*,s^*)$. 如果 $d(a^*,s^*)\in[d_L,d_U]$, 那么停止, (a^*,s^*) 是委托人与代理人均可以接受的满意解. 否则, 根据更新委托人的最小满意度规则进行操作, 得到新的 μ_1^*, 并转步骤 3.

从上述算法的实现过程不难看出, 所设计的模糊交互式协调算法的求解过程对应于现实社会中委托人与代理人关于契约内容 (或参数) 的设定方面进行的反复协商的行为. 委托人与代理人通过进行信息交流和沟通协调, 最终可以得到一个双方均满意的契约. 此外, 所设计的算法还具有如下特点:

1) 该算法体现了二层规划的主从递阶性, 具体表现在, 委托人先给定最小满意度水平, 然后代理人再给定可能的最小满意度水平.

2) 委托人与代理人调整各自隶属函数或满意度水平的过程实际上是一种讨价还价的博弈过程. 在不断的协商过程中, 他们会不断的获取到新的信息, 从而会相应的调整自己的决策目标或满意度水平.

3) 委托人与代理人追求满意目标的评判标准主要有如下三条: 一是整体比较, 要求总体满意度落在一定的范围之内; 二是纵向比较, 要求各自的目标也落在相应的范围之内; 三是横向比较, 即代理人与委托人进行比较, 前者虽然在委托代理系统中处于从属者的地位, 但是也应该获得公平的收益.

4) 在协调或合作过程中, 委托人与代理人尽可能的保留私有信息也是需要考虑的问题. 而所设计的模糊交互式协调算法能使双方最大限度的保留私有信息与自愿分享部分决策信息, 因此它具有很好的可操作性.

4 算例分析

为了便于讨论与研究, 下面以一个具体的契约设计为例 [19] 来说明所设计算法的可行性.

假设代理人执行委托人委托的任务, 其效益函数 ϱ 为代理人所采取努力 (或行动)$\phi\in[0,1]$ 的函数 $\varrho(\phi)$. 由于委托人不能观测到代理人的努力水平 ϕ, 因此他需要设计一种激励机制 (契约), 使得代理人所选取的努力水平尽可能对委托人有利. 假设委托人首先给代理人提供一份固定薪资 ϱ_0, 然后再按照比例 $\beta(0\le\beta\le 1)$ 对其收益 $\varrho(\phi)$ 进行分配. 此时, 代理人在努力水平 ϕ 下的总收入为 $S(\beta,\phi)=\varrho_0+\beta\varrho(\phi)$. 同时, 假设 $r(\phi)$ 是其付出努力的总支出, 于是代理人的效益为 $U(\beta,\phi)=S(\beta,\phi)-r(\phi)$, 此时委托人的收益为 $(1-\beta)\varrho(\phi)$. 那么, 委托人的决策是如何选择分配比例 β 使得自己获得最大化利益, 同时代理人在权衡 β 值后再作出努力并也期望获得最大收益.

假定 $\varrho_0=10$, $r(\phi)=\phi+(5[\phi-1/2]^+)^2$, $\varrho(\phi)=5\phi^2$. 于是, 可以建立如下委托代理问题的二层规划模型:

$$\text{“}\max_{\beta\in[0,1]}\text{”}\quad 5(1-\beta)\phi^2 \tag{10}$$

$$\max_{\phi\in[0,1]}\quad \{10+5\beta\phi^2-\phi-(5[\phi-1/2]^+)^2\}$$

事实上, 问题 (10) 是一个不适定委托代理问题. 这是因为, 委托人给定利益分配比例 β 后, 代理人的最优努力水平集 $\Phi^*(\beta)$ 不是单点集, 其中 $\Phi^*(\beta)$ 的具体表达式如下:

$$\Phi^*(\beta)=\begin{cases}\{0\}, & \text{if} \quad 0\le\beta<0.392;\\ \{0,0.5208\}, & \text{if} \quad \beta=0.392;\\ \left\{\dfrac{12}{25-5\beta}\right\}, & \text{if} \quad 0.392<\beta\le 1.\end{cases}$$

下面建立问题 (10) 的乐观模型 (即委托人认为代理人选择的努力水平总是对自己有利的情形):

$$\max_{\beta\in[0,1]} \ \Gamma(\beta) \tag{11}$$

其中 $\Gamma(\beta)=\max\limits_{\phi\in\Phi^*(\beta)} \ 5(1-\beta)\phi^2$.

类似于乐观模型 (11), 可以给出问题 (10) 的悲观模型 (即委托人认为代理人选择的努力水平是对自己最为不利的情形):

$$\max_{\beta\in[0,1]} \ \min_{\phi\in\Phi^*(\beta)} \ 5(1-\beta)\phi^2 \tag{12}$$

对于乐观模型 (11), 图 1 和图 2 分别给出了利益分配比例对于委托人和代理人的收益的影响. 当利益分配比例为 1 时, 代理人的收益达到最大, 此时委托人的利益为零. 随着利益分配比例 β 的减少, 代理人的收益也在逐渐减少, 而委托人的利益在不断增加. 当利益分配比例等于 0.392 时, 委托人的利益达到最大, 而代理人的收益虽然较之前的收益 (是指利益分配比例大于 0.392 时对应的收益) 有所减少, 但此时它却可以被代理人接受 (原因是此收益值是当 $\beta=0.392$ 时他所能获得的最大收益). 不过从这个临界点 (即 0.392) 开始, 委托人的利益为零, 这是因为, 代理人此时无论做出任何的努力水平, 所获得的最大收益总是等于委托人提供的固定薪资 ($\varrho_0=10$). 因此, 代理人此时所选择的最优努力水平为零, 即他不会做出任何努力, 但也可以获得收益 10.

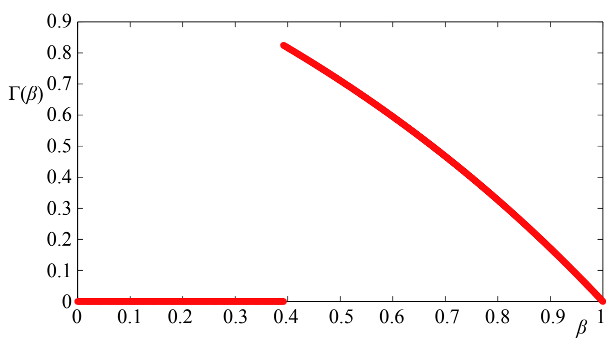

图 1 利益分配比例对委托人的收益的影响

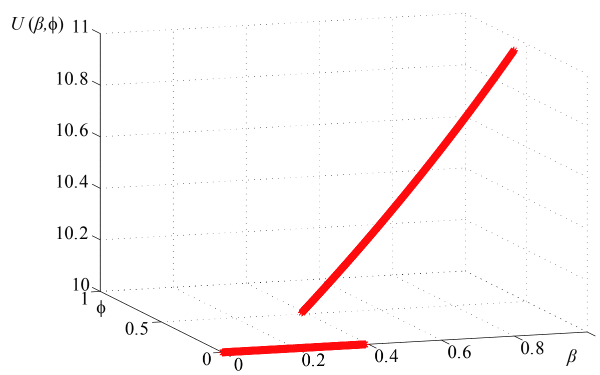

图 2 利益分配比例对代理人的收益的影响

假设委托人与代理人在协调过程中能够交互信息, 并且还自愿分享部分决策信息. 下面利用所设计的算法求解乐观模型 (11). 首先, 给定委托人与代理人的理想值分别为 5 和 10.95, 容忍极限值分别为 0 和 2.75. 于是, 可以得到: $\beta^*=0.5$, $\phi^*=0.6$, 此时委托人和代理人的收益分别是 0.9 和 10.05.

此外, 我们还利用 Mitsos, Lemonidis 和 Barton[20] 所提出的算法求解乐观模型 (11), 并与 Tsoukalas, Wiesemann 和 Rustem[19] 求解悲观模型 (12) 以及模糊交互式协调算法的结果进行比较, 具体见表 1, 其中 F_1^* 和 F_2^* 分别表示委托人和代理人在不同机制下的最大收益值.

表 1 不同机制下的结果

	β	ϕ	F_1^*	F_2^*
乐观模型	0.392	0.5208	0.8247	10
悲观模型	0.393	0.5209	0.8237	10.0014
交互式协调	0.5	0.6	0.9	10.05

从表 1 的结果, 我们可以看出:

1) 在委托人与代理人不存在信息交互的条件下, 代理人在 "悲观模型" 机制下的收益明显优于 "乐观模型" 下的收益. 由于代理人是独立进行决策的, 所以在知道这个决策结果的前提下, 他总是会选择对委托人最为不利的努力水平. 因此, 对于不适定委托代理问题, 单一的考虑乐观模型在某些情况下是不恰当的.

2) “交互式协调” 机制下的委托人和代理人的收益都明显优于 “乐观模型” 机制下的收益. 这不仅说明了委托人与代理人之间合作价值的存在性, 而且也说明了在实际的决策过程中进行信息交互或沟通协调的必要性.

5 结语

本文利用一种模糊交互式协调算法求解委托代理问题, 不仅消除了不对称信息对决策的影响, 而且还可以较好地实现委托人与代理人之间的信息交互, 最终获得一个委托人与代理人均可以接受的满意契约, 具有一定的实际意义. 但是在问题转化的过程中也失去了部分信息, 比如只能保证代理人对结果在一定程度上 “满意”, 却不能有效地使代理人的收益达到最大 (或最优), 但由于委托人真正对决策过程具有控制权, 因此这也符合实际问题.

参考文献

[1] Laffont J, Martimort D. 激励理论: 委托 - 代理模型 [M]. 陈志俊, 等译. 北京: 中国人民大学出版社, 2002.
Laffont J, Martimort D. The theory of incentive: The principal-agent model[M]. Beijing: China Renmin University Press, 2002.

[2] 张维迎. 博弈论与信息经济学 [M]. 上海: 上海人民出版社, 2004.
Zhang W Y. Game theory and information economics[M]. Shanghai: Shanghai People's Publishing House, 2004.

[3] Ackere A. The principal/agent paradigm: Its relevance to various functional fields[J]. European Journal of Operational Research, 1993, 70: 83–103.

[4] Bard J F. Practical bilevel optimization: Algorithms and applications[M]. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1998.

[5] Dempe S. Foundations of bilevel programming[M]. Kluwer Academic Publishers, 2002.

[6] 滕春贤, 李智慧. 二层规划的理论与应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2002.
Teng C X, Li Z H. Bilevel programming: Theory and applications[M]. Beijing: Science Press, 2002.

[7] 高自友, 张好智, 孙会君. 城市交通网络设计问题中双层规划模型、方法及应用 [J]. 交通运输系统工程与信息, 2004, 4(1): 35–44.
Gao Z Y, Zhang H Z, Sun H J. Bilevel programming models, approaches and applications in urban transportation network design problems[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2004, 4(1): 35–44.

[8] 吕一兵, 万仲平, 胡铁松, 等. 水资源优化配置的双层规划模型 [J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(6): 115–120.
Lü Y B, Wan Z P, Hu T S, et al. Bilevel model of water resources optimal allocation[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2009, 29(6): 115–120.

[9] 李应, 杨善林. 基于多层规划的供应链合作谈判 [J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(11): 43–50.
Li Y, Yang S L. Research on multi-level programming based supply chain negotiating cooperation[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2008, 28(11): 43–50.

[10] Liu B. The mathematics of principal-agent problems[D]. University of Victoria, 2008.

[11] Wilson R. The structure of incentive for decentralization under uncertainty[J]. La Decision, 1969: 287–307.

[12] Spence M, Zechhauser R. Insurance information and individual action[J]. American Economic Review, 1971, 61: 380–387.

[13] Ross S. The economic theory of agency: The principal's problem[J]. American Economic Review, 1973, 63: 134–139.

[14] Mirrlees J A. Notes on welfare economics information and uncertainty[J]. Essays on Economic Behavior under Uncertainty, 1974: 243–261.

[15] Mirrlees J A, Diamond P A. The optimal structure of authority and incentives within an organization[J]. Bell Journal of Economics, 1976, 7: 105–131.

[16] Holmstrom B. Moral hazard and observability[J]. Bell Journal of Economics, 1979, 10: 74–91.

[17] Lai Y J. Hierarchical optimization: A satisfactory solution[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 77: 321–335.

[18] Sakawa M, Nishizaki I. Cooperative and noncooperative multi-level programming[M]. Operations Research/Computer Science Interfaces Series, 2009.

[19] Tsoukalas A, Wiesemann W, Rustem B. Global optimization of pessimistic bi-level problems[J]. Fields Institute Communications, 2009, 55: 1–29.

[20] Mitsos A, Lemonidis P, Barton P I. Global solution of bilevel programs with a nonconvex inner program[J]. Journal of Global Optimization, 2008, 42(4): 475–513.